**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Алгоритмы анализа графов

Graph Analysis Algorithms

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 002249

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Цель изучения дисциплины: ознакомление учащихся с алгоритмами анализа графов; изучение студентами основных принципов алгоритмов анализа графов и подходов к решению задач на графах; изучение основных структур данных, основанных на графах; закрепление материала путём решения теоретических и практических задач на графах.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Программа курса предназначена для студентов 3 курса и рассчитана на студентов, изучавших мат. анализ, алгебру и программирование в объеме четырёх семестров.

Максимальная эффективность программы будет обеспечена при условии, что студент:

• владеет основами программирования, достаточными для программирования сложных алгоритмов.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

• Знание ключевых алгоритмов на графах и общее представление о современных тенденциях развития алгоритмов на графах.

• Понимание деталей организации алгоритмов на графах в том объёме и с той глубиной, с которыми они были предложены на лекции.

• Умение объяснять принятые ранее и принимать самостоятельные решения при программировании известных алгоритмов на графах и разработке новых алгоритмов.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Аудиторная учебная работа: лекции

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 6 | 30 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 10 |  | 28 |  | 4 | 2 |
|  | 2-100 |  | 2-100 |  |  |  |  |  | 2-100 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 10 |  | 28 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

1. Простейшие алгоритмы на графах 8 ч лекций

1.1. Поиск в глубину и поиск в ширину и их расширения.

1.2. Алгоритмы поиска кратчайших путей: Дейкстры, Форда-Беллмана, Флойда, Левита. Связь с поиском в ширину.

1.3. Алгоритмы поиска минимального остова. Связь с алгоритмом Дейкстры.

1.4. Эйлеров цикл, рекурсивный алгоритм поиска, в том числе, лексикографически наименьшего эйлерова цикла.

1.5. Сильная связность и двусвязность. Поиск точек сочленения, мостов и компонент сильной связности и двусвязности.

2. Игровые задачи на графах 10 ч лекций

2.1. Симметричные игры на графах. Ретроанализ

2.2. Функция Гранди, её построение и использования для анализа ациклических игр.

2.3. Функция Смита как обобщение функции Гранди. Использование ретроанализа для построения функции Смита.

2.4 Альфа-бета-отсечение и метод «Meet-in-the-middle». Использование для написания игровых стратегий на примере игр в крестики-нолики, шашки и шахматы.

3. Переборные стратегии и неточное решение задач 10 ч лекций

3.1. Метод ветвей и границ. Метод итерационного углубления (iterative deepening)

3.2. Неточные задачи на графах на примере задачи коммивояжера. Эвристические стратегии.

3.3. Метод локальных улучшений и его использование.

3.4. Использование метода отжига для решения неточных задач.

3.5. Использование генетических алгоритмов для решения неточных задач.

4. Паросочетания и потоки 10 ч лекций

4.1. Задача о паросочетании в двудольном графе. Проверка двудольности графа.

4.2. Двойственная задача — поиск минимального контролирующего множества. Алгоритм Куна.

4.3. Потоки и разрезы. Теорема Форда-Фалкерсона. Описание задачи о паросочетании в терминах потоков.

4.4. Алгоритм Эдмондса-Карпа для поиска максимального потока.

4.5. Алгоритм масштабирования (scaling) для поиска максимального потока.

4.6. Алгоритм Диница для поиска максимального потока. Использование идеи масштабирования в алгоритме Диница.

4.7. Поиск компонент k-связности с помощью потока.

4.8. Потоки минимальной стоимости. Задача о назначениях. Решение венгерским методом и решение с помощью потока минимальной стоимости. Транспортная задача.

5. Деревья и структуры данных на их основе 10 ч лекций

5.1. Дерево, определение дерева как связного графа без циклов и связь с другими определениями.

5.2. Простейшие структуры данных с использованием деревьев. Дерево Фенвика и дерево отрезков. Решение задачи RMQ о нахождении минимума.

5.3. Связь задачи RMQ и задачи LCA о нахождении общего предка в дереве. Другие способы решения задачи LCA (offline с помощью поиска в глубину и системы непересекающихся множеств, двоичный подъём).

5.4. Двумерные и многомерные деревья.

5.5. Декартовы деревья, в том числе по неявному ключу.

5.6. Использование деревьев для решения задач на строки. Суффиксные деревья. Алгоритм Укконена. Связь с другими суффиксными структурами.

6. Планарность графов 8 ч лекций

6.1. Укладка графов, алгоритм укладки произвольного графа в трёхмерное пространство.

6.2. Определение укладки графов на плоскости. Теорема Эйлера.

6.3. Неукладываемые графы. Теорема Куратовского.

6.4. Алгоритм Демокрона укладки графа на плоскости.

7. Раскраска графов. 8 ч лекций

7.1. Раскраска графа в два цвета, связь с двудольностью.

7.2. Раскраска планарного графа в 5 цветов. Задача четырёх красок.

7.3. Лемма Холла. Существование совершенного паросочетания в регулярном графе.

8. Поиск гамильтонова цикла. 8 ч лекций

8.1. Турнир, поиск гамильтонова пути в произвольном турнире и гамильтонова цикла в сильно связном турнире.

8.2. Теоремы Дирака и Оре, использование для поиска гамильтонова цикла в соответствующих условиях.

8.3. Теорема Хватала и построение соответствующего алгоритма.

8.4. Поиск гамильтонова пути в 4-связном планарном графе.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Для успешного усвоения дисциплины необходимо посещение лекционных занятий и самостоятельная работа с материалами лекций и рекомендованной литературой.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов, на подготовку ответа на которые даётся не менее одного академического часа (при подготовке можно пользоваться литературой). После ответа на вопросы билета преподаватель вправе задать дополнительные вопросы по любой теме из списка вопросов, вынесенных на экзамен. Количество и содержание дополнительных вопросов – на усмотрение преподавателя, принимающего экзамен. Каждый ответ оценивается по шкале от 0 (нет ответа) до 5 (очень хороший ответ), результирующая оценка получается следующим образом:

1. Оценки за ответы на два основных вопроса усредняются, результат усреднения делится на два.

2. Оценки за ответы на дополнительные вопросы усредняются, результат усреднения делится на два и складывается с оценкой, полученной в п.1.

3. Если результирующая оценка

3.1. в диапазоне от 2.5 до 3.5, за экзамен ставится «удовлетворительно»;

3.2. в диапазоне от 3.5 до 4.5, за экзамен ставится «хорошо»;

3.3. в диапазоне от 4.5 до 5, за экзамен ставится «отлично».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

*Пример списка вопросов к экзамену:*

1. Поиск в глубину и поиск в ширину и их расширения.
2. Алгоритмы поиска кратчайших путей: Дейкстры, Форда-Беллмана, Флойда, Левита. Связь с поиском в ширину.
3. Алгоритмы поиска минимального остова. Связь с алгоритмом Дейкстры.
4. Эйлеров цикл, рекурсивный алгоритм поиска, в том числе, лексикографически наименьшего эйлерова цикла.
5. Сильная связность и двусвязность. Поиск точек сочленения, мостов и компонент сильной связности и двусвязности.
6. Симметричные игры на графах. Ретроанализ
7. Функция Гранди, её построение и использования для анализа ациклических игр.
8. Функция Смита как обобщение функции Гранди. Использование ретроанализа для построения функции Смита.
9. Альфа-бета-отсечение и метод «Meet-in-the-middle». Использование для написания игровых стратегий на примере игр в крестики-нолики, шашки и шахматы.
10. Метод ветвей и границ. Метод итерационного углубления (iterative deepening)
11. Неточные задачи на графах на примере задачи коммивояжера. Эвристические стратегии.
12. Метод локальных улучшений и его использование.
13. Использование метода отжига для решения неточных задач.
14. Использование генетических алгоритмов для решения неточных задач.
15. Задача о паросочетании в двудольном графе. Проверка двудольности графа.
16. Двойственная задача — поиск минимального контролирующего множества. Алгоритм Куна.
17. Потоки и разрезы. Теорема Форда-Фалкерсона. Описание задачи о паросочетании в терминах потоков.
18. Алгоритм Эдмондса-Карпа для поиска максимального потока.
19. Алгоритм масштабирования (scaling) для поиска максимального потока.
20. Алгоритм Диница для поиска максимального потока. Использование идеи масштабирования в алгоритме Диница.
21. Поиск компонент k-связности с помощью потока.
22. Потоки минимальной стоимости. Задача о назначениях. Решение венгерским методом и решение с помощью потока минимальной стоимости. Транспортная задача.
23. Дерево, определение дерева как связного графа без циклов и связь с другими определениями.
24. Простейшие структуры данных с использованием деревьев. Дерево Фенвика и дерево отрезков. Решение задачи RMQ о нахождении минимума.
25. Связь задачи RMQ и задачи LCA о нахождении общего предка в дереве. Другие способы решения задачи LCA (offline с помощью поиска в глубину и системы непересекающихся множеств, двоичный подъём).
26. Двумерные и многомерные деревья.
27. Декартовы деревья, в том числе по неявному ключу.
28. Использование деревьев для решения задач на строки. Суффиксные деревья. Алгоритм Укконена. Связь с другими суффиксными структурами.
29. Укладка графов, алгоритм укладки произвольного графа в трёхмерное пространство.
30. Определение укладки графов на плоскости. Теорема Эйлера.
31. Неукладываемые графы. Теорема Куратовского.
32. Алгоритм Демокрона укладки графа на плоскости.
33. Раскраска графа в два цвета, связь с двудольностью.
34. Раскраска планарного графа в 5 цветов. Задача четырёх красок.
35. Лемма Холла. Существование совершенного паросочетания в регулярном графе.
36. Турнир, поиск гамильтонова пути в произвольном турнире и гамильтонова цикла в сильно связном турнире.
37. Теоремы Дирака и Оре, использование для поиска гамильтонова цикла в соответствующих условиях.
38. Теорема Хватала и построение соответствующего алгоритма.
39. Поиск гамильтонова пути в 4-связном планарном графе.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса применяется анкетирование в соответствии с методикой и графиком, утвержденными в установленном порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К преподаванию дисциплины могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Специальных требований нет.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

В аудиториях, где проводятся занятия, необходимо наличие досок и средств письма на них.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Аудитории для проведения практических занятий должны быть оснащены проекционной техникой и компьютером с возможностью вывода изображения на проектор.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Специальных требований нет.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Специальных требований нет.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Специальных требований нет.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Алгоритмы: Построение и анализ: Пер. с англ. / Т. Х. Кормен [и др.]. - 2-е изд. - М.; СПБ; Киев : Издательский дом "Вильямс", 2012-2014.. - 1290 с.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Мальцев, Анатолий Иванович. Алгоритмы и рекурсивные функции: монография / А. И. Мальцев. - 2-е изд. - М.: Наука, 1986. - 367 с.

2. Кормен, Томас. Алгоритмы: построение и анализ: учебник / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест. - М.: МЦНМО: БИНОМ, 2004-2005. - 955 с.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Нет.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Лопатин Андрей Сергеевич, старший преподаватель кафедры системного программирования, cotinco@gmail.com, +7(911) 938-52-81